

## 第1章

### 信号の物理的エネルギーと情報伝達能力の関係

#### 第1節 デバイスの内部で発生する雑音

## 情報伝達(通信)、情報取得(センシング)の 限界を決定する要因

= 最善を尽くしても取り除けない不確かさ

- (1) 測定対象の物理モデルの不確かさ
- (2) 測定値に加算される環境からの不確かな信号
- (3) 測定装置内で発生するランダムなノイズ

= (1) と (2) の不確定分もノイズとみなして  
(少々乱暴に)一言にまとめてしまうと SN比

## SN 比を上げること ~ 情報システムのイノベーション

人間の状態を計測する(脳、神経、筋電、姿勢、、、)  
分散した微小なセンサからの信号を読み取る  
ハードディスク上の細かいパターンを読む  
衛星から地表、海上を観察する

問: 情報システムの以下の要素のうち、SN 比が関係するのはどれか

1. 実世界の情報を取り入れる
2. 信号を伝送し、蓄積する
3. 蓄積された信号の中から重要な情報を抽出する
4. 情報を人間に伝達する、情報に基づいて実世界を改変する

## 不確かさの具体例

- (1) 測定対象の物理モデルの不確かさ  
揺れる船の上に載った対象の振動を遠方から観測  
情報伝達経路のゆらぎ
  - ・例：星のまたたき、環境の反射電極を取り付けて脳波を測定
- (2) 測定値に加算される環境からの不確かな信号  
センサ出力に影響する複数パラメータ間の干渉  
音声信号に重畳する他の人間、物体からの音声  
センサ回路内での信号線間干渉・電源ノイズ
- (3) 測定装置内で発生するランダムなノイズ  
熱雑音
  - ・ 不可避のノイズ
  - ・ 限界が明快に評価される

## 不可避な電氣的ノイズ

### ・熱雑音

コンデンサ  $\frac{C}{2}V^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{kT}{2}$

抵抗  $\overline{v^2} = 4kTR\Delta f$   $\left[ \Delta f: \text{注目する帯域幅} \right]$

### ・ショットノイズ

$\overline{i^2} = 2qI\Delta f$   $I: \text{電流}, q: \text{キャリアの電荷}$

$\left[ \text{素電荷 } e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \right]$

### ・フリッカーノイズ (電カスペクトル密度 $\propto 1/f$ )

# 1 ビットを伝達するのに必要な最小エネルギー

帯域  $B$  Hz、観測時間  $t$  秒で伝達可能な  
情報量の上限

$$H = Bt \log_2 \left( 1 + \frac{S}{W} \right) \text{ ビット}$$

$S$ : 信号エネルギー

$W$ : ノイズのエネルギー(白色)

$W = kTBt$  \* を代入し、 $S < W$  とすると

$$H = \frac{1.44S}{kT} \text{ ビット}$$

1ビットあたり  $0.69 kT$  ジュール

$$\left[ kT = 4 \times 10^{-21} \text{ J} \quad (T = 300 \text{ K}) \right]$$

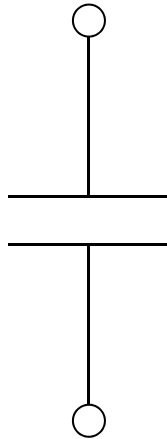
\*  $kTBt$  の係数について、ここでは細かく考えないこととする。

問い: 容量の充電と読み出しで情報を伝える場合を想定し、  
1ビットの伝達に必要なエネルギーを考察せよ

→ ムーアの法則にも上限がある?

## 容量の熱雑音

〔容量型センサ、光の検出、  
圧電素子による応力検出等〕



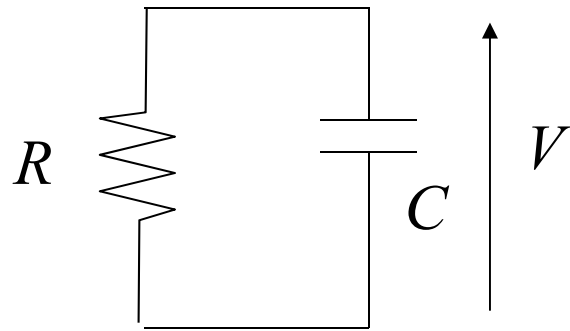
両端に接続される抵抗にかかわらず

$$\frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} kT$$

$$T = 300 \text{ K} \quad kT = 4.14 \times 10^{-21} \text{ J}$$

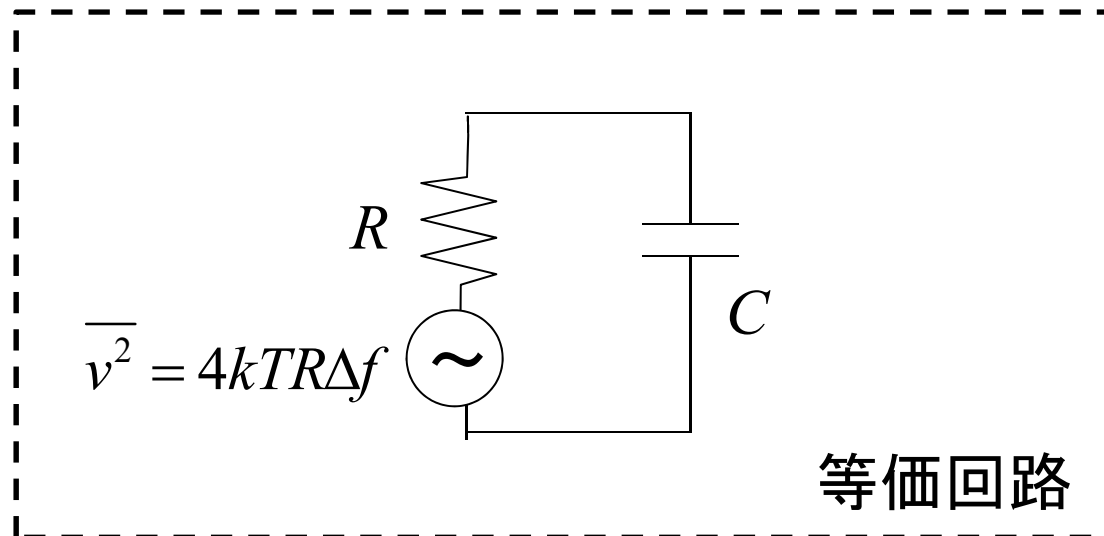
$$C = 1 \text{ pF} \rightarrow \text{雑音電圧} = 6 \times 10^{-5} \text{ V}$$

# 熱雑音のミステリー



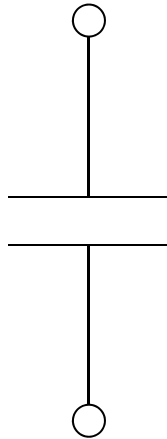
$R$  が変化すると  $V$  のスペクトルは変化するが、  
 $V$  の2乗平均は  $R$  によらず一定

$$\overline{V^2} = \int_0^{\infty} \frac{(1/C\omega)^2}{R^2 + (1/C\omega)^2} 4kTR \frac{d\omega}{2\pi} = \frac{kT}{C}$$





## 単電子(Single Electron) 記憶素子



1 電子の電荷  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$   
 で 1 V になる容量をつくる

そのような容量は  $C = 1.6 \times 10^{-19} \text{ F}$

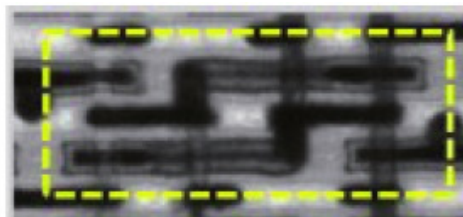
そのときの熱雑音は  $\sqrt{\frac{kT}{C}} = 0.16 \text{ V}$

$$\left( \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} kT \right)$$

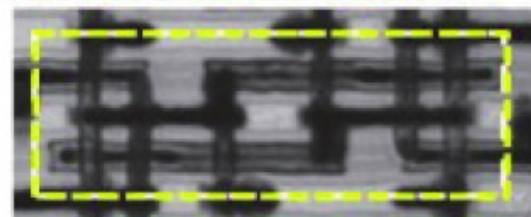
例題:  $0.1 \mu\text{m} \times 0.1 \mu\text{m}$  の電極を間隔  $0.1 \mu\text{m}$  で配置したときの  
 容量を求めよ(電極間物質の比誘電率は1とする)

## 参考：LSI の配線

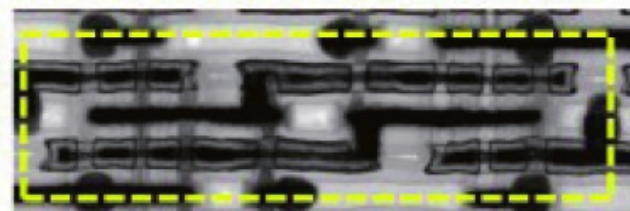
6T SRAM HDC  
0.0499  $\mu\text{m}^2$



6T SRAM LVC  
0.0588  $\mu\text{m}^2$



6T SRAM HPC  
0.0706  $\mu\text{m}^2$

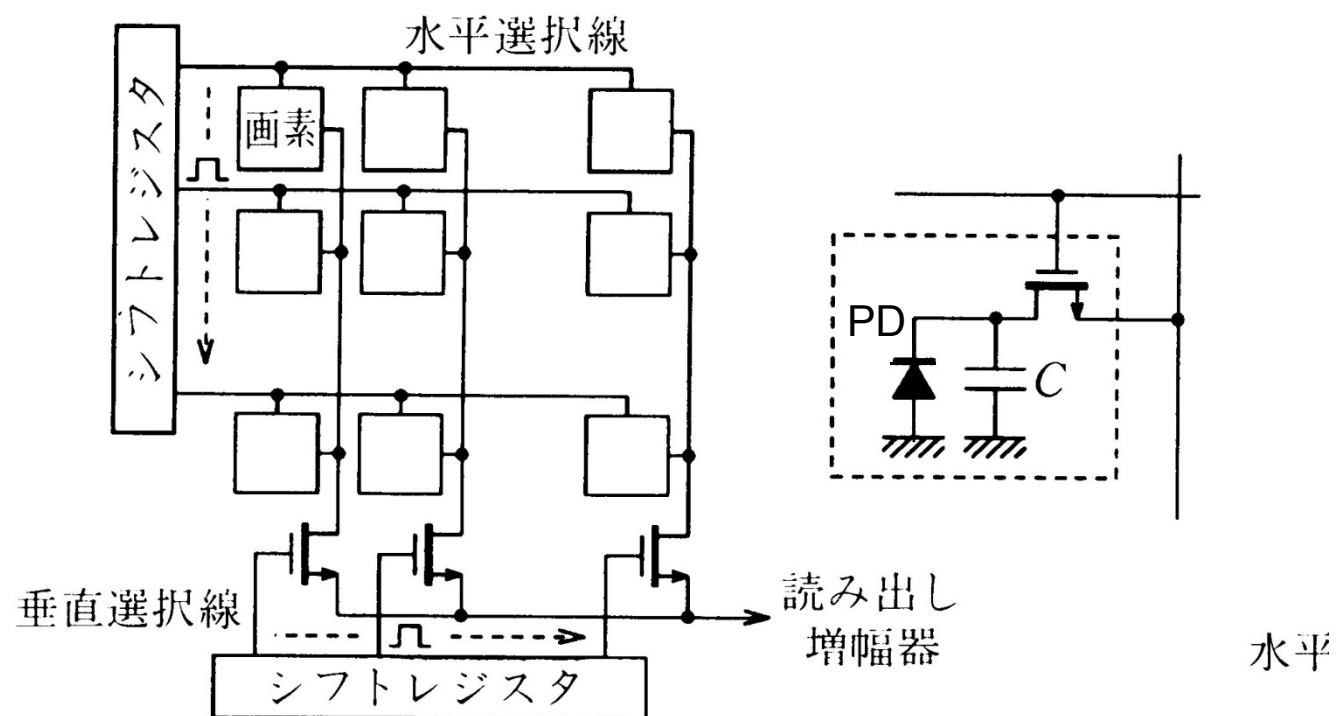


\* 2015 Intel 資料。SRAMセルの観察像。上から高密度版(HDC)、低電圧版(LVC)、高性能版(HPC)

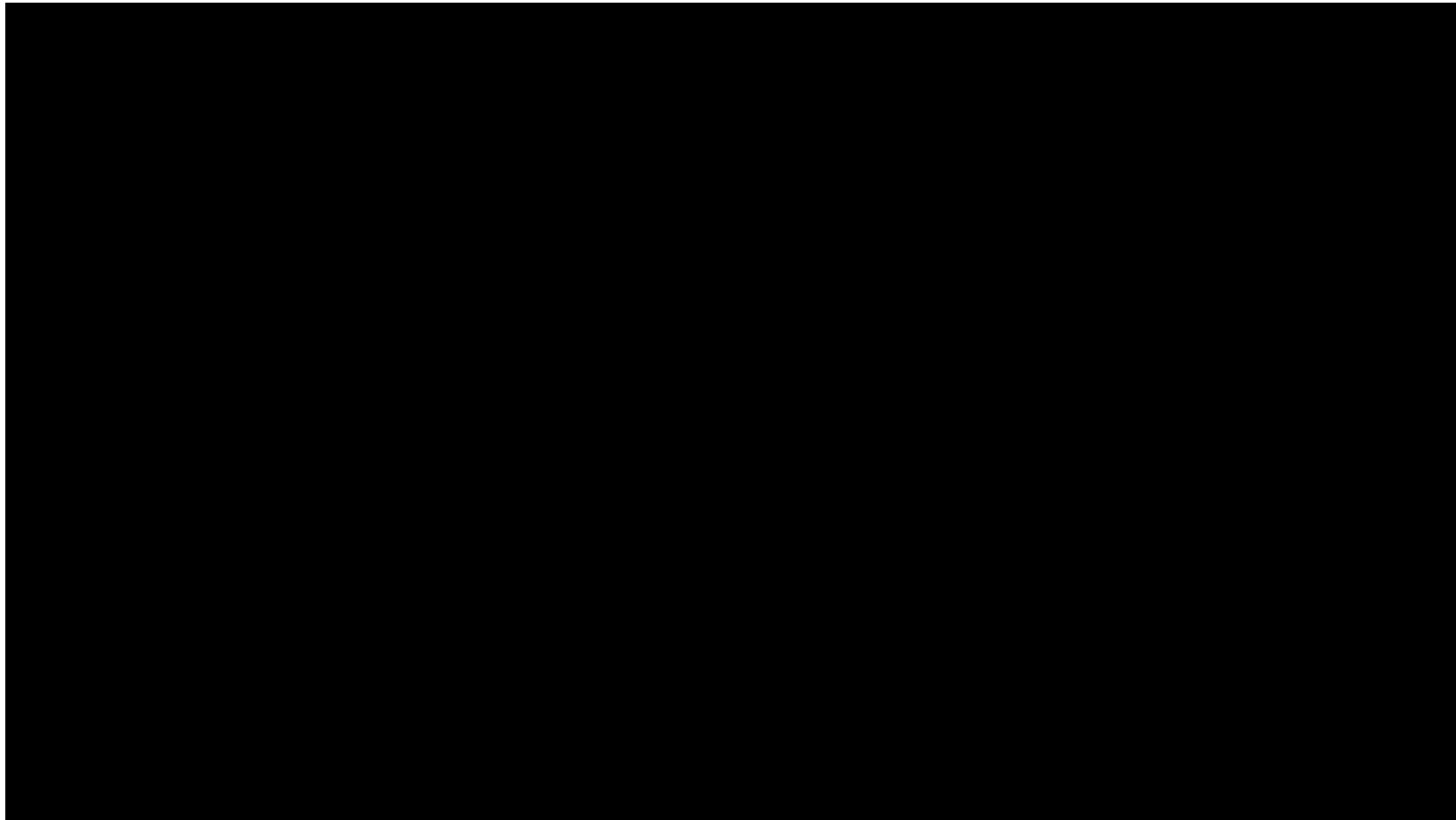
[http://pc.watch.impress.co.jp/docs/news/event/20150618\\_707682.html](http://pc.watch.impress.co.jp/docs/news/event/20150618_707682.html)

KTCノイズ

$$\frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} kT$$

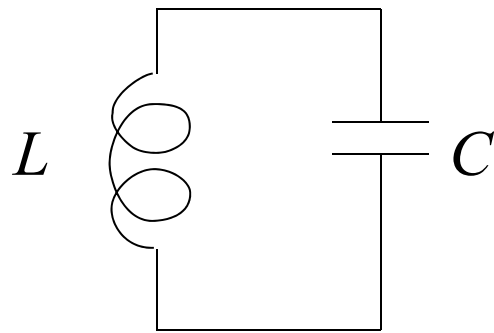


(a) MOS型撮像素子の構造



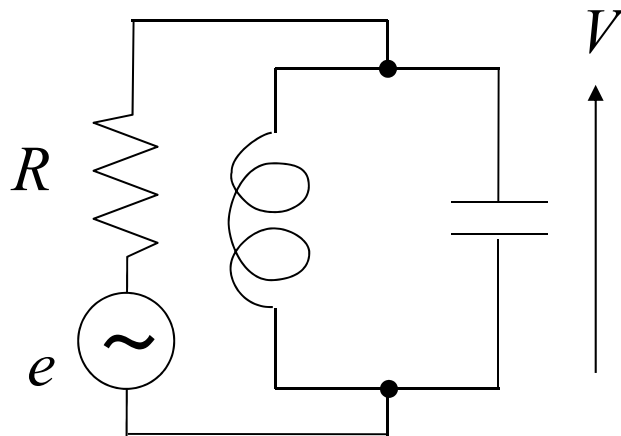
参考： フォトン1個のエネルギー

$$\lambda = 500 \text{ nm (緑) の場合 } hf = h \frac{c}{\lambda} = 3.97 \times 10^{-19}$$



周波数  $f_0$  で共振する電流  
 によって観測される電圧

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}kT \quad (1)$$



密度  $e(f)$  なるノイズ源(電圧源)が  
 接続されていたとすると

$$\bar{V}^2 \approx e^2(f_0) \int_0^\infty \frac{1}{1 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2 R^2} df = \frac{e^2(f_0)}{4RC}$$

これに (1) を代入すると

$$e^2 = 4kTR$$

## アンテナでの受信電力と受信可能な情報量

熱雑音電力 
$$W = \frac{\overline{v^2}}{R} = 4kT\Delta f$$

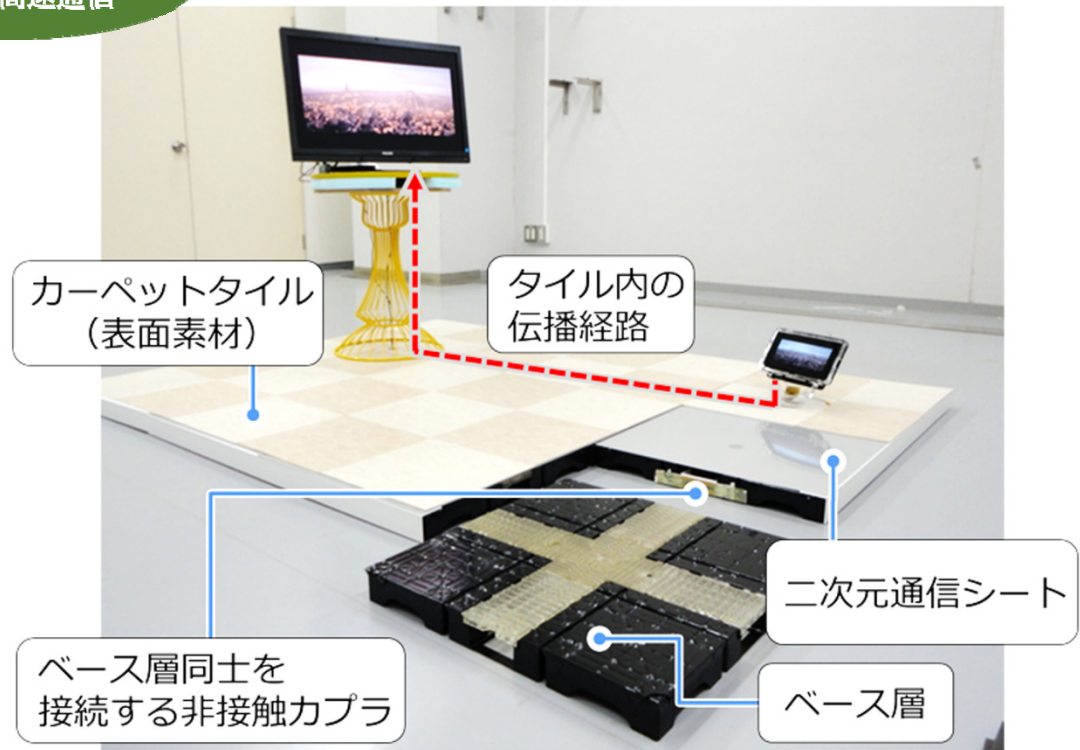
T = 300 K,  $\Delta f = 100$  MHz のとき

$$W = 1.6 \times 10^{-12} \text{ [W]} = -88 \text{ dBm}$$

100 MHz の帯域で  
100 Mbps の信号受信を行うためには  
-88 dBm 以上の受信電力が必要



微弱無線であることにより  
広帯域で通信



参考：空間に放出してよい電力の上限

UWB (Ultra Wide Band)

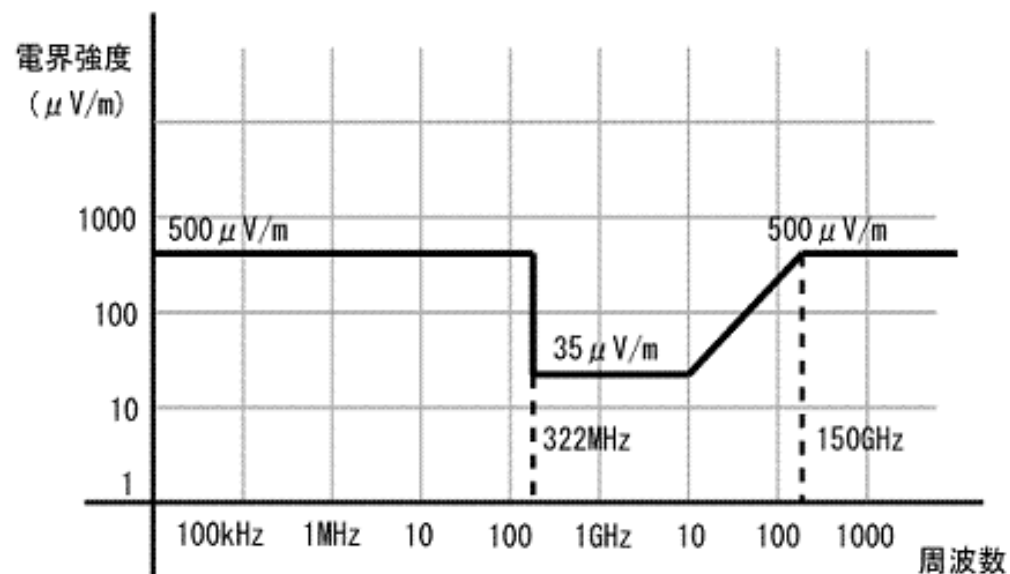
-41.3 dBm/MHz

微弱無線局の3mの距離における電界強度の許容値

微弱無線局

\* 無指向性波源を  
仮定すると、

-64 dBm/MHz

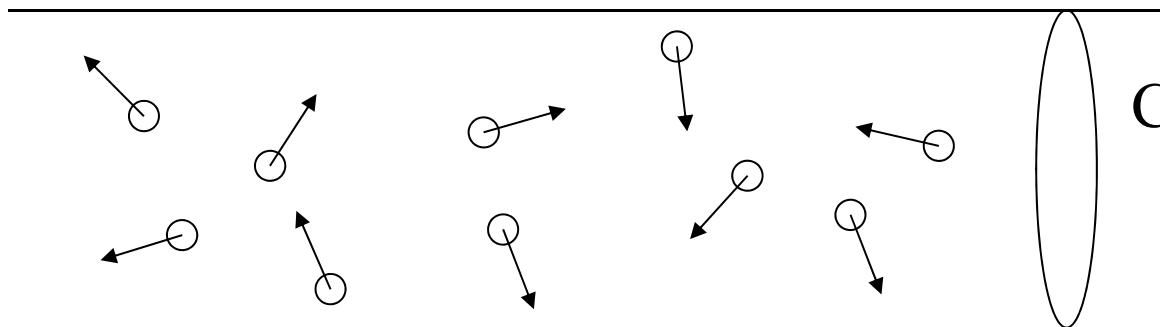


総務省令電波法施行規則第6条第1項第1号  
から第3号



## クイズ

帯域幅を無限にすると、抵抗には無限大の熱雑音電圧が発生するのですか？



様々な方向に運動する荷電粒子の集団が電流を形成

粒子の密度

$$n$$

粒子の平均速度

$$v = I/nq$$

断面 C を単位時間に横切る平均粒子数

$$N = nv = I/q$$

ある瞬間での粒子の速度のばらつき

$$\sim v$$

時間  $T$  の間に C を横切る粒子の平均速度のばらつき

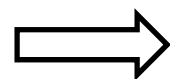
$$\sim \frac{v}{\sqrt{TN}}$$

$$\text{(時間 } T \text{ で平均した } I \text{ のゆらぎ)} \Delta I_T = \frac{I}{\sqrt{TN}} = \frac{I}{\sqrt{TI/q}} = \frac{\sqrt{qI}}{\sqrt{T}}$$

## 熱雑音数値例

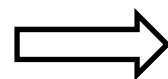
$$\overline{v^2} = 4kTR\Delta f \quad \left[ kT = 4.1 \times 10^{-21} \text{ J} \quad (T = 300 \text{ K}) \right]$$

100 k $\Omega$  の抵抗の両端  
 $\Delta f = 1 \text{ kHz}$



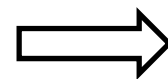
1.3  $\mu\text{V}$

100 k $\Omega$  の抵抗の両端  
 $\Delta f = 1 \text{ GHz}$



1.3 mV

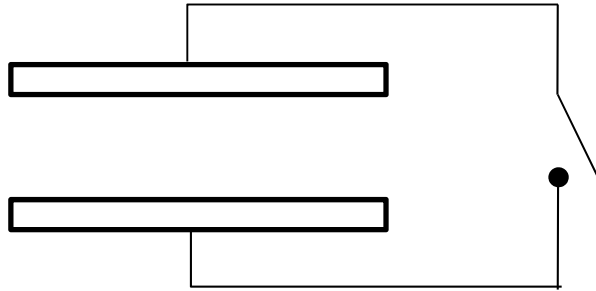
$C = 1 \text{ pF}$  の容量  
(全帯域)



64  $\mu\text{V}$

結構大きい！

## 容量型変位センサ



1 cm 角、1 mm 間隔の極板が最大 10 % 変位する

1. スイッチをオフした後、極板に残っている電荷（熱雑音による）はいくらか。
2. 一定の電荷を極板に帯電させ、そのときの極板間電圧から極板変位を計測する。何ビットの測定器が実現できるか。
3. さらに測定精度を高めるためにはどうすればよいか。

## 例： 布状マイクロフォンを作ろう！



衣服の表面がマイクロフォンアレイ  
になっている。

導電性繊維の振動を容量変化として  
検出

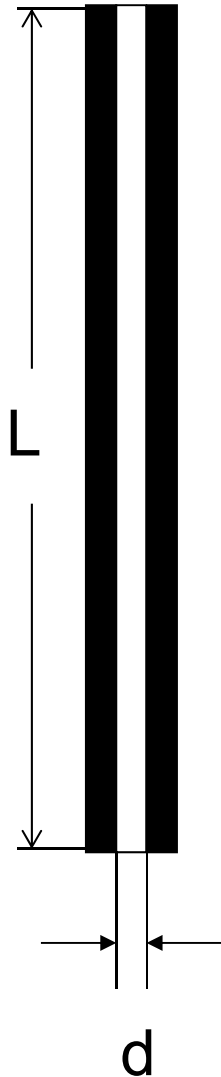
このようなマイクロフォンアレイは  
実現可能だろうか？

予備問題

コンデンサマイクロフォンの原理を確認

## 構造

## 外来ノイズを考慮しない場合の考察



○ 布の振動振幅は？

$$p = 0.1 \text{ [Pa]}, \quad \omega = 10^4 \text{ [rad/s]}, \quad \rho = 100 \text{ [g/m}^2\text{]}$$

$$r = \frac{p}{\rho \omega^2} = 10^{-8} \text{ [m]}$$

参考：人間が聞き取れる最少音圧は 20  $\mu\text{Pa}$  程度であり  
音圧の 0 dB は 20  $\mu\text{Pa}$  に設定されている。

○ 繊維間の容量と熱雑音は？

1 サイトの1辺  $L = 10 \text{ cm}$ 、 $d = 1 \text{ mm}$  として

$$C \approx 100 \text{ [pF]}$$

$$v = \sqrt{\frac{kT}{C}} \approx 6 \text{ [\mu V]}$$

[つづく]

(つづき)

- 布間に  $E = 1$  [V] の電位差に相当する電荷が帯電しており、それが  $r$  変位したときの電圧変化

$$V = E \frac{r}{d} = 10 \text{ } [\mu\text{V}]$$

信号とノイズの電圧比

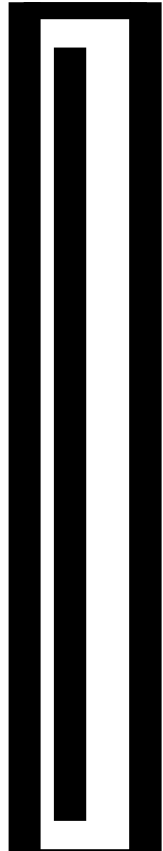
$$\frac{V}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{kT}} LE \frac{r}{d^{1.5}} \approx 1.7$$

$d = 1$  mm の場合、 $V$  の計測から  $p$  を推定するのは困難

(  対策は? )

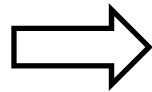
参考：外来ノイズ対策として、

実用上はもう一層シールド層が必要

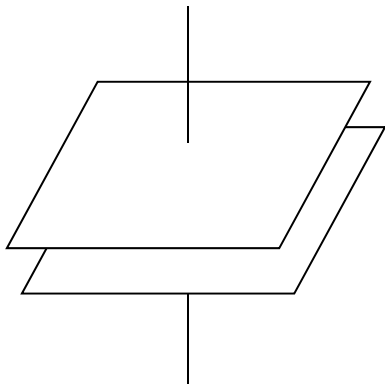


## 回路・センサ素子の小型化、高速化で見えてくる熱雑音

小型化、微細化



- 外部回路との結合 小
- シールド構造作りやすい
- 計測のために投入するエネルギー 小
- 熱雑音が主要ノイズになりやすい



問い

- ・容量のスケール則を確認せよ
- ・抵抗体のスケール則を確認せよ

熱雑音の効果が顕著になる場面

- 1 微弱な信号を検出する場合
- 2 素子、センサが微細である場合
- 3 広帯域信号の場合

→ 熱雑音はもはや「特殊な問題」ではない